

Logo di Stefano Visciglia

Festa della Matematica

**CON IL PATROCINIO DELLA REGIONE PIEMONTE
DEL COMUNE DI TORINO
E
DELL'ASSOCIAZIONE SUBALPINA MATHESIS**

GARA PER IL PUBBLICO

8 Gallery – Venerdì 3 marzo 2017

OLIMPIADI DI MATEMATICA

Problema 1 – Sequenza da decifrare

20 punti

Sono date le seguenti terne di numeri interi:

- 1) 19, 7, 18
- 2) 15, 8, 17
- 3) 14, 9, 16
- 4) 16, 8, 18
- 5) 14, 6, 19

Una di queste terne si presta alla domanda: VERO o FALSO?

Dopo aver interpretato la [apparentemente strana] richiesta e trovata la terna “soluzione” scrivere il numero di lettere (alfabeto latino) utilizzate per la sua scrittura.

Problema 2 – Non aprite quella porta !

25 punti

Una porta segreta, larga 40 *cm* e spessa 8 *cm* è costruita in modo da ruotare di 90° intorno ai propri cardini (situati su uno spigolo). A lungo andare, dopo molteplici “aperture”, ha lasciato una traccia sul pavimento, sgombrandolo dalla polvere.

Qual è l'area in cm^2 dell'intera figura che la porta descrive sul pavimento?

Problema 3 – Tiriamo con l'arco

30 punti

Disponiamo di un arco particolare: esso è fatto, appunto, come un arco di circonferenza (Fig.1) di raggio unitario e corda lunga $\sqrt{3}$. Tendendolo (con freccia al centro della corda), mantiene la sua lunghezza e la struttura di arco di circonferenza (Fig.2). Se lo si tende in modo che il raggio della circonferenza che lo descrive misuri $5/8$, quanto misura, in gradi sessagesimali, l'angolo al centro individuato dal suddetto arco (nella circonferenza che esso crea)?

Fig. 1

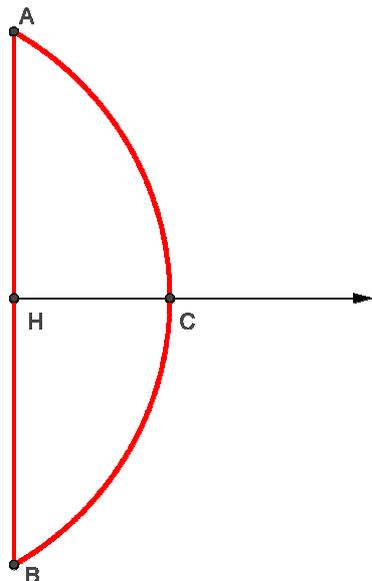
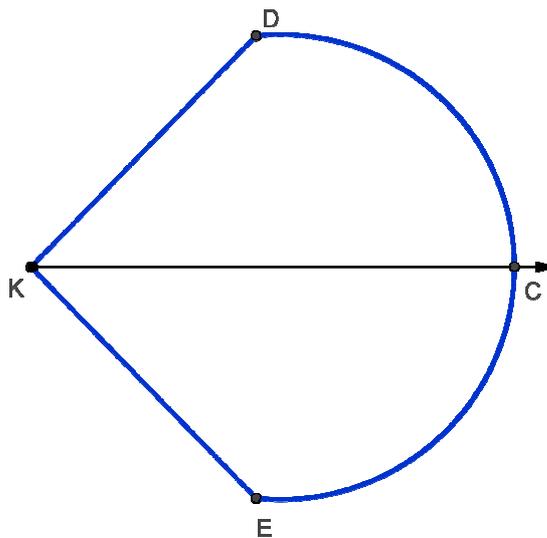


Fig. 2



Problema 4 – Distanza di sicurezza

35 punti

Un'auto procede alla velocità di 72 Km/h ed è seguita da un'altra auto che procede alla stessa velocità ad una distanza di 15 m . Entrambe le auto hanno una decelerazione di frenata di 2 m/sec^2 . La prima frena improvvisamente e la seconda inizia a frenare dopo un tempo di reazione del conducente di 1 sec . Dopo quanti *millisecondi* avviene il tamponamento (a partire dall'inizio della frenata della prima automobile)?

Problema 5 – Un grande marchio !

35 punti

Paolo, appassionato di moto, ispirandosi al logo "GILERA" (vedi fig. 1) utilizza inizialmente due cerchi di raggio unitario. Essi hanno centri rispettivamente in A e in B e si incontrano in C e in D (vedi fig. 2). Paolo traccia poi altri due cerchi, di uguale raggio, concentrici ai primi due che si incontrano in E ed in F. Sapendo che l'angolo \widehat{AFB} è di 72° , trovare l'area della lunetta di estremi E e F ombreggiata in figura 2. Dare come risposta la parte intera di 10000 volte il valore della suddetta area.

Fig. 1

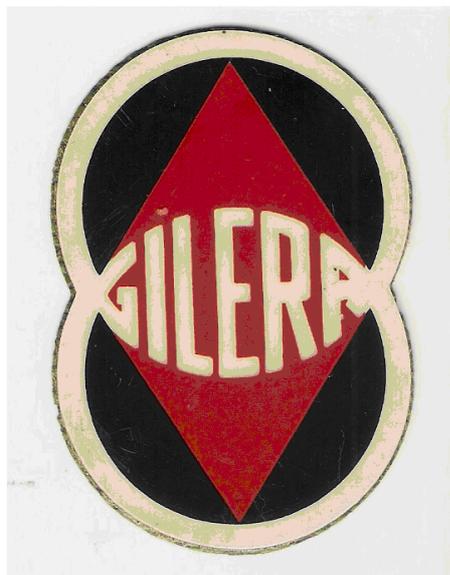
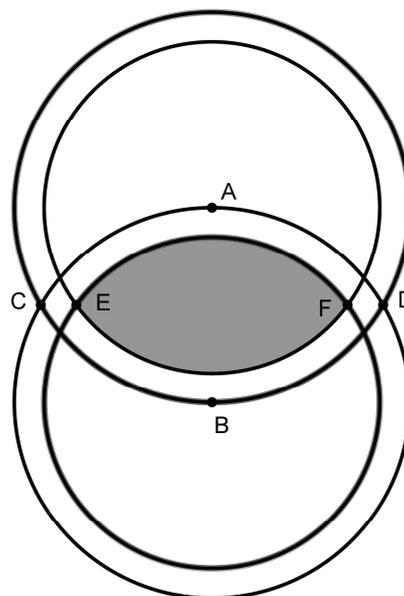


Fig. 2



Problema 6 – “4+2”

40 punti

Un funzionario ministeriale di buon cuore propone al governo di sostituire il "5+1" al SuperEnalotto con un nuovo "4+2" più vantaggioso per i giocatori. In sostanza in ogni concorso del SuperEnalotto sulla ruota di Roma verrebbero estratti i consueti sei numeri principali tra 1 e 90, seguiti da due numeri Jolly estratti senza reintroduzione fra le rimanenti 84 palline. Il giocatore vincerebbe se nella sestina di numeri da lui giocata fossero presenti, non importa in quale ordine, esattamente 4 dei 6 numeri principali estratti più entrambi i numeri Jolly. Attualmente invece si estrae un solo numero Jolly e il giocatore vince se nella sestina di numeri da lui giocata sono presenti, non importa in quale ordine, esattamente 5 dei 6 numeri principali estratti più il numero Jolly. Se passasse questa proposta, quale sarebbe l'aumento percentuale della probabilità di vincita?

Problema 7 – Bocce in acqua

40 punti

Una boccia sferica di legno di raggio unitario è caduta in uno stagno. Se indichiamo con 1 la densità dell'acqua, la densità del legno di cui è costituita la boccia è 0,95703125. Calcolare l'altezza h del segmento sferico che rimane fuori dal pelo dell'acqua. Dare come risposta la parte intera di $10000h$.

Problema 8 – Basket

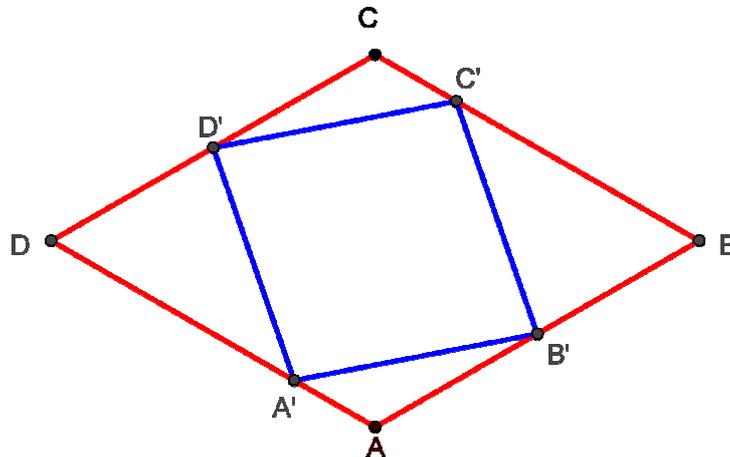
45 punti

Alessandro e Marco gareggiano ai tiri liberi di pallacanestro: vince il primo dei due che, a parità di tiri, segna un canestro in più dell'altro. Se Alessandro fa canestro con probabilità 70% e Marco con probabilità 30%, quale è la probabilità che vinca Alessandro? Fornire come risposta la somma del numeratore e del denominatore della frazione irriducibile che esprime la probabilità richiesta.

Problema 9 – Rumori? No, rombi

45 punti

In un rombo ABCD (vedi figura) di lato 1 e di angoli $\hat{A}BC = \hat{A}DC = 60^\circ$, $\hat{B}AD = \hat{B}CD = 120^\circ$, è inscritto un altro rombo $A'B'C'D'$. Sapendo che l'area di quest'ultimo è metà dell'area di ABCD, calcolare la misura del lato di $A'B'C'D'$. Dare come risposta il valore di $10000 \times \overline{A'D'}$.



Problema 10 – Una strana successione

45 punti

Abbiamo i primi otto termini di una successione di numeri interi: 3, 4, 4, 8, 8, 17, 20, 39.

Dopo aver individuato la legge che genera gli elementi della successione stessa, dire qual è il numero composto dalle cifre del nono e del decimo elemento nell'ordine.

Problema 11 – Cani e gatti

45 punti

Un commerciante compra un certo numero di cani ed un numero di coppie di gatti uguale alla metà dei cani. Ogni cane costa 100 €, così come ogni coppia di gatti costa 100 €. Rivende tutti gli animali eccetto 9 ad un prezzo cadauno maggiorato del 10% rispetto a quanto li aveva pagati incassando lo stesso importo che aveva speso inizialmente. Sapendo che gli rimane almeno un gatto, quanti euro aveva speso per comperare gli animali?

Problema 12 – Concimiamo l'orto!

45 punti

Un'azienda agricola ha a disposizione tre tipi di sostanze A, B, C per la preparazione di una miscela fertilizzante. La sostanza A contiene il 10% di azoto e il 20% di ossido di potassio, la B contiene il 15% di azoto e il 50% di ossido di potassio, infine la C contiene il 25% di azoto e il 60% di ossido di potassio.

Il concime da utilizzare deve contenere almeno il 20% di azoto e il 40% di ossido di potassio.

I costi delle tre sostanze sono rispettivamente di 0,6 € al Kg, 0,75 € al Kg, 1 € al Kg.

Determinare la composizione percentuale delle tre sostanze che rende MINIMO il costo di un Kg di miscela fertilizzante. Si dia come risposta la parte intera di 10000 volte il valore del minimo richiesto.

Problema 13 – Calcolo enigmatico

45 punti

$$\begin{array}{rcccl}
 \blacksquare \text{ } \text{▨} & \times & \text{▧} & = & \blacksquare \text{ } \square \text{ } \text{▧} \\
 + & & + & & + \\
 \text{▨} \text{ } \text{⊗} & - & \square \text{ } \blacksquare & = & \blacksquare \text{ } \blacksquare
 \end{array}$$

$$\text{⊙} \text{ } \text{▮} + \text{▨} \text{ } \text{▩} = \blacksquare \text{ } \text{⊗} \text{ } \text{▮}$$

A segno uguale corrisponde cifra uguale (e a segno diverso cifra diversa).

Quale numero corrisponde alla stringa $\text{⊙} \blacksquare \text{▩} \square$?

Problema 14 – Caso 2017 per l'ispettore di M. Smullyan

55 punti

In un caso di furto sono coinvolti quattro imputati, A, B, C, D. Vengono accertati i seguenti quattro fatti:

- 1) Se A e B sono entrambi innocenti, allora C è innocente.
- 2) Se B è colpevole, almeno uno, tra A e D, è stato suo complice.
- 3) Se D è innocente, allora A è colpevole.
- 4) Se B e D sono colpevoli, allora C è innocente.

Alla luce dei suddetti fatti, calcolare la probabilità $P(A)$ che A sia colpevole.

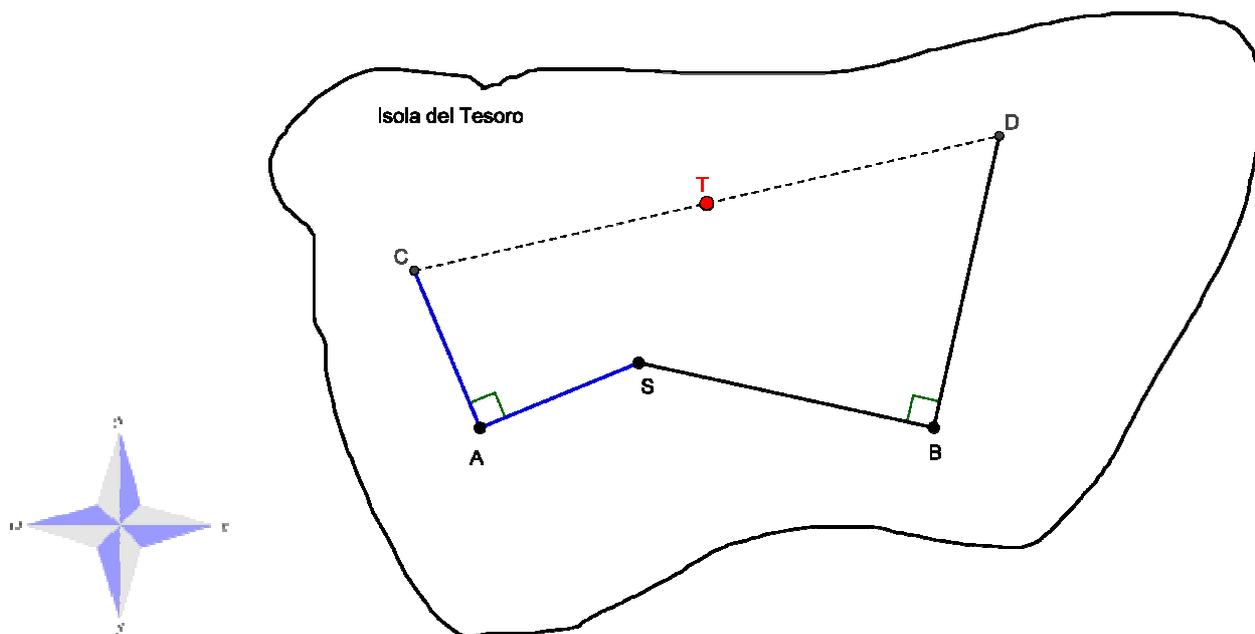
Si ipotizzi l'equiprobabilità degli eventi elementari che verranno individuati.

Dare come risposta la parte intera di $1000 \times P(A)$.

Problema 15 – L'isola del Tesoro

55 punti

Alcuni pirati nascondono un tesoro su un'isola. Vi sono due alberi A e B (vedi figura) ed una roccia S. L'albero A dista 50 *passi* da S. L'albero B dista 80 *passi* da S. L'angolo \widehat{ASB} è di 150° . I pirati decidono di fare in questo modo: fissano il punto C perpendicolarmente ad AS a 50 *passi* da A, fissano il punto D perpendicolarmente a SB a 80 *passi* da B, infine seppelliscono il tesoro T nel punto medio di CD. Dopo qualche tempo i pirati ritornano sull'isola per recuperare il tesoro, ma nel frattempo la roccia S è rotolata verso nord di 10 *passi*. Di quanti *passi* verso nord i pirati (che non si accorgono della nuova posizione di S e si ricordano solo che era $AS = AC$, $SB = BD$, $AS \perp AC$, $SB \perp BD$) troveranno il tesoro rispetto alla posizione di partenza di T?



Problema 16 – Roba da Tex Willer !

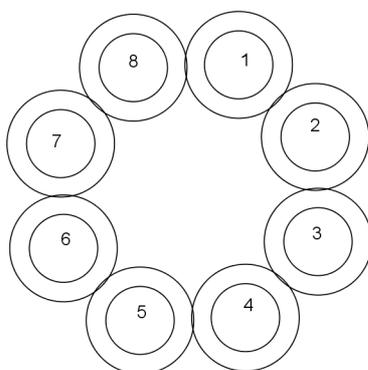
60 punti

Cinque eccellenti tiratori sparano a 5 piattelli lanciati contemporaneamente. Ognuno di loro sceglie, indipendentemente dagli altri e con uguale probabilità, un bersaglio da colpire. Tutti fanno centro. Calcolare il numero medio dei piattelli colpiti. Detto F questo valore, fornire come risposta la parte intera di $1000 F$.

Problema 17 – Ciambella di ciambelle

65 punti

Un'azienda dolciaria che produce ciambelle (per il 25% al gusto di cioccolato e le restanti alla marmellata), dopo un attento studio di marketing, decide di immettere sul mercato una nuova confezione costituita da una scatola a forma di ciambella contenente 8 tubi di diversi colori nei quali sono posizionate 8 ciambelle. I gusti delle ciambelle da inscatolare sono scelti in modo casuale e due confezioni si considerano diverse se hanno almeno un abbinamento *colore del tubo-gusto della ciambella* diverso.



Qual è la probabilità di acquistare una confezione contenente almeno 4 ciambelle contigue tutte alla marmellata? Scrivere le prime quattro cifre dopo la virgola del risultato.

Problema 18 – Un grande numero

70 punti

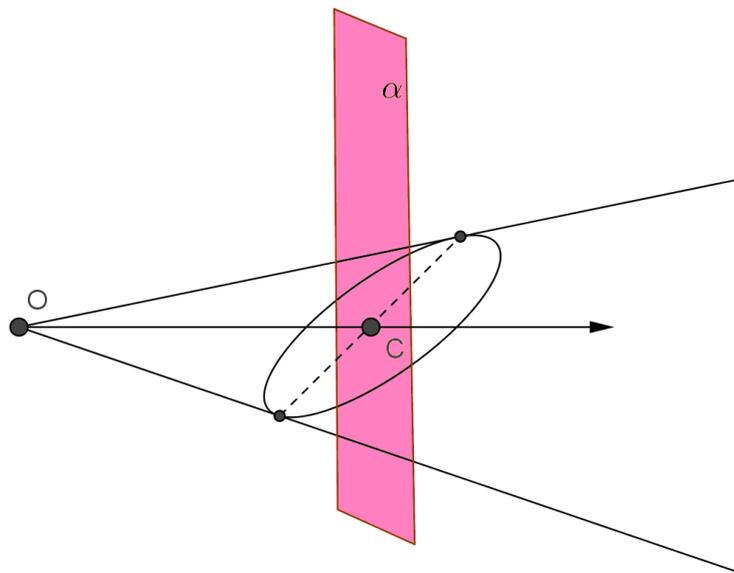
Consideriamo il numero $(45 + \sqrt{2017})^{2018}$ espresso in forma decimale. Scrivere nell'ordine la cifra delle unità, la prima cifra dopo la virgola, la centesima cifra dopo la virgola, la 2017-esima cifra dopo la virgola.

Problema 19 – Fasci di luce

80 punti

Una sorgente luminosa puntiforme si trova nel punto O (vedi figura indicativa) ed illumina frontalmente un cerchio di raggio 1 m ad una distanza di $\sqrt{2}\text{ m}$ dal centro C del cerchio medesimo. Il cerchio è inclinato di 45° sull'orizzontale della sorgente. Il fascio di luce necessario per illuminare il cerchio viene raccolto su un piano α passante per C e perpendicolare ad OC . Qual è l'area, in cm^2 , della figura generata dal fascio su α ?

Se servissero, utilizzare le approssimazioni: $\sqrt{2} = 1,4142$; $\sqrt{3} = 1,732$; $\pi = 3,1416$.



Problema 20 – Cerca il cerchio

90 punti

Abbiamo un cerchio Γ_0 di centro O e raggio 12. Al suo interno vi sono altri due cerchi, Γ_1 e Γ_2 di raggio 6, tangenti esternamente fra di loro in O e tangenti internamente al cerchio più grande come in figura. Si aggiungono altri tre cerchi, Γ_3 , Γ_4 e Γ_5 tali che:

- 1) siano tutti tangenti internamente al cerchio maggiore;
- 2) Γ_3 sia tangente esternamente a Γ_1 , Γ_2 e Γ_4 ;
- 3) Γ_4 sia tangente esternamente a Γ_2 , Γ_3 e Γ_5 ;
- 4) Γ_5 sia tangente esternamente a Γ_2 e Γ_4 .

Calcolare la lunghezza del raggio di Γ_5 . Detta r tale lunghezza, dare come risposta la parte intera del valore di $1000r$.

