

Logo di Stefano Visciglia

Festa della Matematica

CON IL PATROCINIO DELLA REGIONE PIEMONTE
DEL COMUNE DI TORINO
E
DELL'ASSOCIAZIONE SUBALPINA MATHESIS

GARA PER IL PUBBLICO

Sermig/Steiner – Venerdì 8 marzo 2019

OLIMPIADI DI MATEMATICA

Problema 1 – Dadi e numeri primi

20 punti

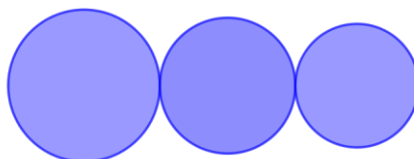
Qual è la probabilità che lanciando due dadi identici a 6 facce, la differenza tra i due numeri in valore assoluto sia un numero primo?

Dare come risposta il valore ottenuto moltiplicando per 10000 la suddetta probabilità.

Problema 2 – Ruote tangenti

20 punti

Le tre ruote in figura si toccano in un punto ed hanno ciascuna il diametro inferiore del 10% rispetto alla ruota precedente. Quando una delle ruote inizia a ruotare il movimento si trasmette anche alle altre ruote. Se la ruota più piccola compie 100 giri, quanti giri compie la ruota più grande?



Problema 3 – La “terza” età

25 punti

Mio nipote ha lo stesso numero di giorni delle settimane di mia figlia e lo stesso numero di mesi dei miei anni. La somma delle nostre età è 120 anni. Quanti sono i miei mesi?

Problema 4 – Gioco per studentini

30 punti

Durante interrogazioni di matematica due studenti (poco interessati ai colloqui) fanno questo gioco. Su un foglio a quadretti tracciano una pista automobilistica e cercano di vincere il Gran Premio. Il gioco si svolge così (vedi figura 1): a turno, a cominciare dalla linea di partenza/arrivo AB, in senso antiorario, tracciano dei segmenti formando una spezzata il cui ultimo tratto tocca/taglia il traguardo. Vince chi usa il minor numero di segmenti. Ogni tratto parte e arriva al vertice di un quadretto. Il primo tratto, a partire da P, ricalca il lato di un quadrettino. I successivi tratti vengono realizzati così: si considera il prolungamento del tratto; il suo estremo è il punto comune a quattro quadretti; si unisce l'ultimo punto individuato ad un vertice di uno dei suddetti quadretti (figura 2). Si riesce così ad “accelerare” e a “rallentare” o a proseguire con “velocità” costante. Non si può uscire di pista, pena squalifica, né sfiorarne il bordo: bisogna rimanere all'interno del percorso. Qual è il numero minimo di segmenti, nella fattispecie, che consente di toccare/tagliare il traguardo?

Figura 1

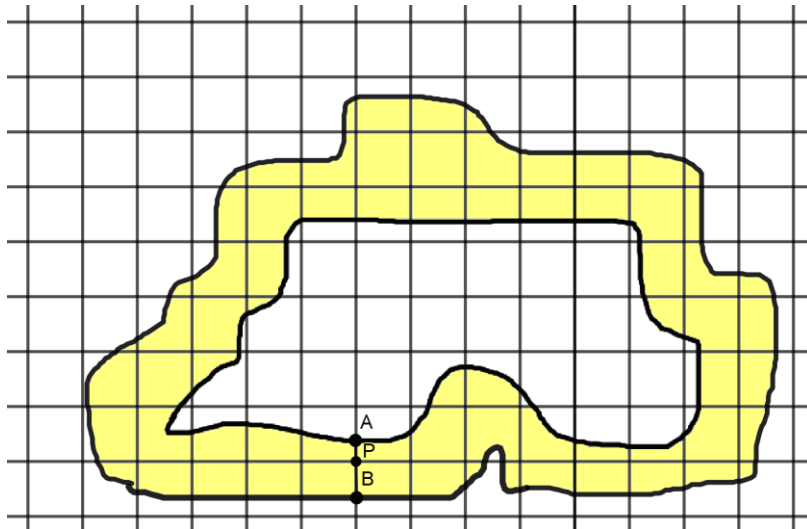
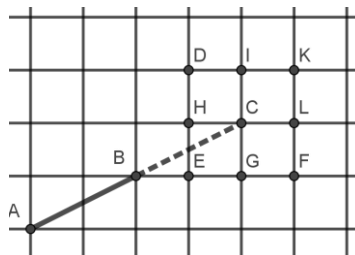


Figura 2



Sia, ad esempio, AB l'ultimo tratto. Da B si immagina di arrivare a C “ripetendo”, sulla stessa direzione, l'ultimo segmento e si sceglie uno dei 9 punti (C, E, G, F, L, K, I, D, H) a cui congiungere B.

Problema 5 – Fatemi luce!**30 punti**

Due candele della stessa altezza vengono accese contemporaneamente; la prima si consuma in 4 ore, la seconda in 5 ore. Supponendo che le candele si consumino in modo costante, dopo quanti minuti la seconda candela è alta il doppio della prima?

Problema 6 – Scoppietà?**30 punti**

Una sfera in rapida espansione raddoppia la sua superficie ogni secondo. Dopo quanti millesimi di secondo il suo volume sarà triplicato?

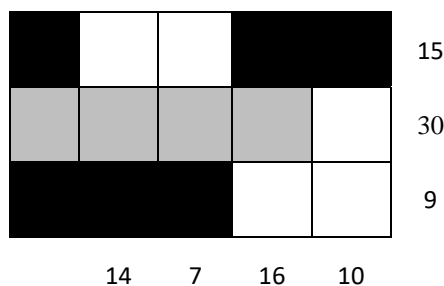
Problema 7 – Un foglio piegato**35 punti**

Elisa prende un foglio rettangolare di base 35 cm e altezza 50 cm e lo piega in due in modo da far combaciare due vertici opposti. In questa maniera ciascuna altezza viene divisa in due parti. Quanti millimetri misura la differenza tra queste due parti?

Problema 8 – Minikakuro**35 punti**

Regole (vedi schema sotto):

- In ciascuna casella chiara va inserita una cifra tra 1 e 9.
- Le “definizioni” riportate ai bordi sono le somme delle cifre che devono comparire sulle righe e sulle colonne.
- Per ciascuna “definizione” una cifra non può essere ripetuta.

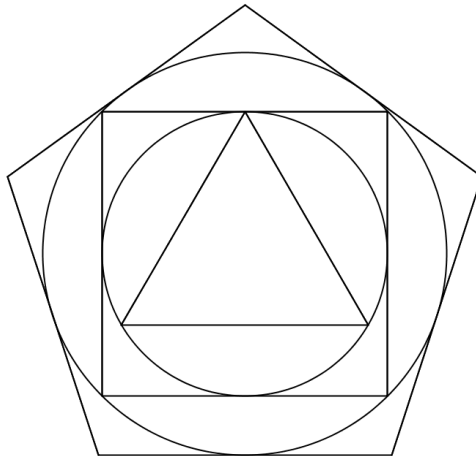


Compilare tutto lo schema dando come risposta il numero composto dalle quattro cifre nelle caselle evidenziate.

Problema 9 – Puzzle poligonale

35 punti

Partendo da un triangolo equilatero, tracciamo la circonferenza ad esso circoscritta; ora circoscriviamo a questa circonferenza un quadrato, e al quadrato circoscriviamo un'altra circonferenza; a questa nuova circonferenza circoscriviamo un pentagono regolare, e così via. Ripetiamo questa costruzione, con nuove circonferenze e nuovi poligoni regolari (ognuno avente un lato in più del precedente) fino a tracciare il poligono regolare di 100 lati. In quante regioni disgiunte risulta suddiviso questo particolare puzzle?



Problema 10 – Calcolo enigmatico 2019

40 punti

	×		=	
+		+		+
	−		=	
	+		=	

A segno uguale corrisponde cifra uguale (e a segno diverso cifra diversa).
 La prima cifra non è mai lo zero (come semplicità comanda).

Quale numero corrisponde alla stringa ?

Problema 11 – L'incendio

40 punti

Un terribile incendio si è sviluppato presso una fabbrica. Un velivolo Canadair dei corpi antincendio si alza in volo dalla sua base, posta a 50 km di distanza dalla fabbrica, per raggiungere l'incendio e spegnerne le fiamme. La fabbrica e la base dei pompieri distano rispettivamente 50 km e 20 km dal litorale marino che in tale tratto presenta un profilo rettilineo. Sapendo che l'aereo decolla dalla base con il serbatoio d'acqua completamente vuoto, che il mare costituisce l'unica fonte di approvvigionamento idrico e che per spegnere l'incendio sono necessari due carichi completi del serbatoio, quanto misura la minima distanza (in km) che esso dovrà percorrere per portare a termine la sua missione e rientrare alla base?

Problema 12 – Un compleanno smemorato

45 punti

Il giorno di Natale, chiacchierando con i suoi amici del centro anziani il signor Arturo afferma che l'anno successivo festeggerà 90 anni, però ha già qualche problema di memoria e quindi non si ricorda più esattamente il giorno del suo compleanno. I suoi amici Renato, Mauro, Giorgio, Paolo ed Enrico provano ad aiutarlo:

- secondo Renato il compleanno dell'amico Arturo sarà sabato 15 maggio;
- secondo Mauro sarà domenica 15 maggio;
- secondo Giorgio sarà domenica 5 giugno;
- secondo Paolo sarà sabato 5 maggio;
- secondo Enrico sarà sabato 5 giugno.

Sapendo che l'anno in questione non è bisestile e che uno solo dei cinque amici ha ragione ma nessuno di essi ha completamente torto (cioè ciascuno si ricordava correttamente almeno un elemento: o il giorno della settimana o il giorno del mese o il mese), quanti giorni dovrà ancora attendere Arturo prima di spegnere le sue 90 candeline?

Problema 13 – Pastelli a cera

50 punti

Antonio ha avuto in regalo una scatola di pastelli a cera. Il contenitore è a forma di cilindro con diametro di base 9 cm . I pastelli sono pure cilindrici con diametro di base 1 cm . Antonio svuota la scatola, l'appoggia sulla sua scrivania in modo che la superficie laterale del cilindro sia tangente al piano di scrittura. Infine Antonio inserisce uno ad uno i pastelli nella scatola, tangenti al bordo e in sequenza fra di loro, per scoprire quanti pastelli riesce ad introdurre prima che qualcuno cada in basso. Supponendo l'indeforabilità degli oggetti, nulli gli attriti ed accettando anche casi di equilibrio instabile, calcolare quanti pastelli al massimo Antonio riesce a sistemare nel contenitore nel modo da lui voluto.

Problema 14 – Caso 2019 per l'ispettore di M. Smullyan**50 punti**

In un caso di furto sono coinvolti quattro imputati, A, B, C, D. Vengono accertati i seguenti quattro fatti:

- 1) Se A e B sono entrambi innocenti, allora C è colpevole.
- 2) Se D è colpevole, almeno uno, tra A e C, è stato suo complice.
- 3) Se C è innocente, allora B è colpevole.
- 4) Se almeno uno fra B e D è colpevole, allora A è innocente.

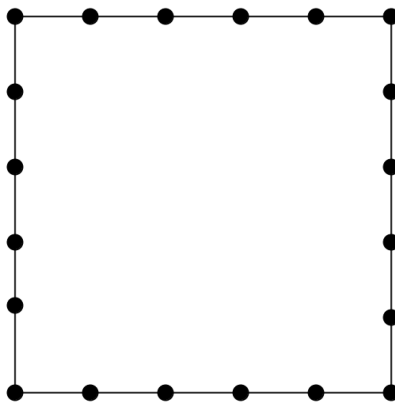
Alla luce dei suddetti fatti, calcolare la probabilità $P(A)$ che A sia colpevole.

Si ipotizzi l'equiprobabilità degli eventi elementari che verranno individuati.

Dare come risposta la parte intera di $1000 \times P(A)$.

Problema 15 – Astrattismo matematico**50 punti**

L'insegnante di arte chiede alla classe di creare un quadro astratto. Pablo decide di costruirlo tracciando tutti i quadrilateri convessi non degeneri ottenuti unendo i punti del quadrato in figura. Da quanti di questi quadrilateri (compreso il quadrato iniziale) è costituita la sua opera?

**Problema 16 – Catena di Sant'Antonio 2019****55 punti**

Il sistema di posta elettronica di un'azienda si è guastato: qualunque e-mail inviata ad un dipendente viene ricevuta da uno a caso dei 2019 dipendenti.

Per fortuna tutti i dipendenti sono premurosi e, quando ricevono una mail destinata a qualcun altro, si premurano di inoltrargliela, usando però la stessa posta elettronica guasta: può così capitare che una mail venga inoltrata più volte prima di raggiungere il destinatario.

Il sistema di posta elettronica ricorda però i mittenti e non invia mai una mail a qualcuno che l'ha già ricevuta (e inoltrata).

Mandando una mail ad un dipendente, in media, quante mail verranno inviate?

Problema 17 – Il gioco del 15 (15-puzzle)

60 punti

Abbiamo una scacchiera 4×4 con 15 caselle quadrate mobili numerate da 1 a 15 e con uno spazio vuoto per permettere il movimento delle caselle stesse (vedi figura) in orizzontale o in verticale.



Scopo del gioco è quello di realizzare l'ordinamento dei numeri come in figura, da una situazione disordinata delle cifre.

Pierino è riuscito ad ottenere la seguente configurazione:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
15	13	14	

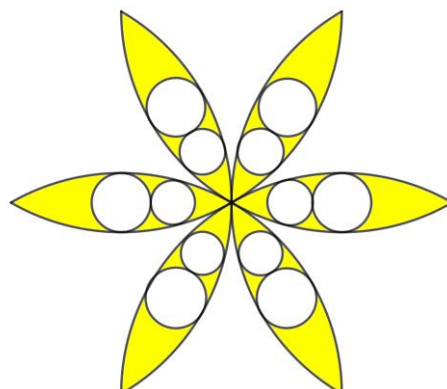
Qual è il numero minimo delle mosse che Pierino dovrà compiere per ottenere la configurazione esatta? Per “mossa” si intende lo scorrimento orizzontale o verticale di una o più caselle contemporaneamente.

Problema 18 – 8 marzo: Festa della Donna

65 punti

Valentino decide di regalare un gioiello alla fidanzata per l'8 marzo. Non badando a spese lo fa realizzare in oro, a forma di margherita (a Valentino non piacciono le mimose...), con brillanti (autentici...?) incastonati come in figura. Ha sei petali (in oro) disegnati con archi di circonferenza, di raggio 2 cm, su ognuno dei quali sono fissati due brillanti: uno centrale più grande e uno più piccolo verso il centro del gioiello. Considerando per i diamanti una forma circolare, essi sono tangenti fra loro e ai bordi del petalo.

Calcolare il raggio di uno dei brillanti più piccoli. Dare come risposta il numero formato dalle prime 4 cifre decimali del valore del raggio in cm.



Problema 19 – Strategie ottimali

65 punti

Alberto e Sofia giocano a *Indovina il numero*: Sofia pensa un numero intero compreso fra 1 e 1022 e Alberto ne sceglie uno, cercando di indovinare quello pensato da Sofia. Ad ogni tentativo Sofia risponde *esatto* oppure *troppo piccolo* oppure *troppo grande*.

Alberto, il quale si diletta di matematica, sa che, se il numero venisse scelto tra 1 e 1023, esso avrebbe una (ed una sola) strategia ottimale che gli permetterebbe di indovinare il numero con un massimo di 10 tentativi.

In questo caso, però, Alberto ha più di una strategia ottimale. Quante sono in tutto?

Problema 20 – Cin cin!

80 punti

Un bicchiere a forma di prisma a base quadrata contiene del whisky. Il lato di base misura 4 *cm*, l'altezza del bicchiere misura 7 *cm* e il livello del liquore si trova a 3 *cm* dal fondo. Claudio ruota il bicchiere in senso antiorario appoggiandolo su uno spigolo di base, cercando una soluzione di equilibrio (instabile). Qual è l'angolo (in gradi, tralasciando primi e secondi) per il quale il liquido viene suddiviso in due volumi uguali dal piano verticale passante per il suddetto spigolo? Si ipotizzino trascurabili la massa del bicchiere ed il suo spessore.