



ASSOCIAZIONE SUBALPINA MATHESIS

CON IL PATROCINIO DELLA REGIONE PIEMONTE

E DEL COMUNE DI TORINO

GARA DI MATEMATICA PER IL PUBBLICO

Sermig – Venerdì 13 novembre 2020

Problema 1 – La potenza del quadrato

20 punti

Un quadrato che ha il lato che misura 2^{2020} cm viene diviso in 16 quadrati uguali. Calcola l'area, in cm^2 , di uno dei quadratini espressa come potenza di 2 ed indica il relativo esponente.

Problema 2 – Capodanno

25 punti

Calcola la somma di:

$$2020^3 - 2020 \cdot 2019^2 - 2020^2 \cdot 2019 + 2019^3$$

Problema 3 – Vero o falso?

25 punti

Fra le seguenti sei affermazioni, quante sono vere?

- a) 1361 è un numero primo
- b) la Regina d'Inghilterra oggi a pranzo ha mangiato la minestra
- c) la somma dei primi n numeri dispari è uguale al quadrato di n
- d) solo due fra le affermazioni precedenti a questa sono vere
- e) l'affermazione b è falsa
- f) solo tre fra le affermazioni precedenti a questa sono vere

Problema 4 – L'albergo di Hilberto

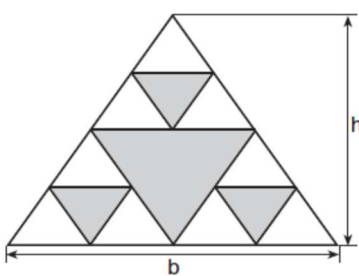
25 punti

Il signor Hilberto è proprietario di un grande albergo le cui camere sono tutte da 4 letti. Quando una numerosa comitiva raggiunge l'albergo, il signor Hilberto riempie tutte le sue stanze ma non riesce a trovare posto per 6 clienti che è costretto a rifiutare. Il signor Hilberto decide quindi di fare un investimento per aumentare la capienza della struttura, acquistando dei nuovi arredi che consentano di aggiungere un posto letto ad ognuna delle stanze. Qualche settimana più tardi, alla riapertura della struttura dopo i lavori, arriva una comitiva più numerosa della precedente e l'albergo riesce ad ospitare tutti i clienti riempiendo completamente molte camere e lasciandone ancora 14 vuote. Qual è il numero minimo di stanze dell'albergo?

Problema 5 – Bersaglio a triangoli

30 punti

In questo strano bersaglio per le freccette i triangoli bianchi valgono 1 punto, quelli piccoli grigi 3 punti, quello grigio grande 5 punti. Qual è la probabilità di totalizzare 14 punti con quattro lanci consecutivi (si assuma che tutte le freccette colpiscano il bersaglio)? Si dia come risposta il numero formato dalle prime quattro cifre dopo la virgola.



Problema 6 – Serie cervelotica

30 punti

Trovare il numero intero successivo della seguente serie:

3, 3, 3, 7, 6, 3, 5, 4, 4, 5

Problema 7 – Giochiamo a “Forza 4” !

30 punti

L'elemento principale del gioco è rappresentato dalla scacchiera. Questa è composta da una struttura di plastica all'interno della quale sono presenti dei binari che vincolano le pedine in una **determinata colonna**.



Si gioca in due. Il totale delle pedine per ciascun giocatore è di 21 elementi, mentre la scacchiera ha 6 righe e 7 colonne (vedi figura). Lo scopo del gioco si sostanzia nel tentativo di effettuare una linea di **4 pedine consecutive** - orizzontalmente, verticalmente oppure obliquamente - facendole scendere dall'alto verso il basso, a caduta, nei vari binari. Ovviamente questo risultato deve essere raggiunto anticipando l'avversario e soprattutto impedendo a lui di realizzare la combinazione in anticipo.

Bruno e Giorgio giocano a “Forza 4”. Bruno ha pedine bianche e Giorgio grigie. Ad un certo istante la situazione è come in figura sotto:

6				●		○	
5			○	○	●	●	
4		●	●	●	○	○	
3		○	●	○	●	●	
2	●	○	○	●	●	○	
1	○	●	○	○	○	●	
	A	B	C	D	E	F	G

Bruno ha la prossima mossa, ma è destinato a perdere. Tenendo conto che i due sono buoni giocatori, in quante mosse, al massimo, Giorgio vincerà? Si comunichi il numero totale delle pedine di Bruno utilizzate dall’inizio della partita e fino al momento della sconfitta.

Problema 8 – Willy Wonka

40 punti

Una fabbrica di cioccolato imbusta 250000 tavolette, identiche fra loro, di cioccolato e all’interno di una di esse aggiunge un biglietto fortunato. Le tavolette vengono poi inscatolate a blocchi di 500 all’interno di 500 scatole di cartone, anch’esse identiche fra loro, le quali vengono caricate su un furgone per essere portate ad un ipermercato.

L’addetto allo scarico della merce sa che tutte le tavolette hanno lo stesso peso e che tutte le scatole hanno pure lo stesso peso, ma che il biglietto fortunato rende leggermente più pesante la tavoletta e quindi la scatola che la contiene.

Avendo a disposizione una bilancia a due piatti e potendo aprire le scatole di cartone (ma non le tavolette di cioccolato) qual è il minimo numero di pesate che dovrà effettuare per essere certo di trovare la tavoletta contenente il biglietto fortunato?

Problema 9 – Ascensore aleatorio

40 punti

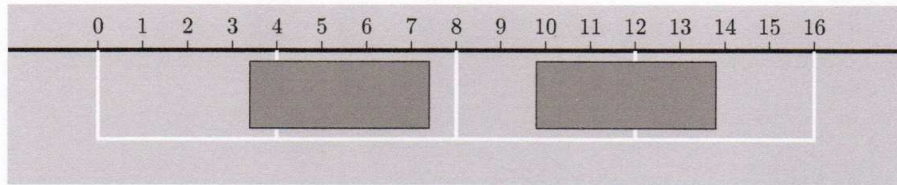
Riccardo va a trovare Elisa, ma non ricorda a quale dei 30 piani (escluso il pianterreno dove non ci sono appartamenti) dell’edificio deve recarsi. Ricorda che i venditori porta a porta salgono all’ultimo piano, quindi scendono a piedi, un piano dopo l’altro, passando così per tutti i piani.

Sentendosi fortunato, decide però di salire ad un piano a caso: *se non è quello giusto scendo a piedi e se arrivo al pianterreno senza trovarlo, poco male: riprendo l’ascensore fino all’ultimo piano e poi scendo a piedi per i piani rimanenti.*

Mediamente a quanti diversi piani (escluso sempre il pianterreno) si recherà? Esprimere la soluzione arrotondata al centesimo e moltiplicata per 100.

Problema 10 – Parcheggi selvaggi**40 punti**

La villetta dove abitano Gisella, Mario e Olivia ha un parcheggio interno lungo 16 metri; ciascuno di loro possiede un'automobile lunga 4 metri. Mario e Olivia rientrano dal lavoro e posteggiano prima di Gisella. “È inaccettabile!” - esclama Gisella - “Ci sarebbe posto per quattro macchine eppure, parcheggiando le loro due, Mario e Olivia non hanno lasciato spazio per la mia automobile.”



Gisella sa che i suoi vicini non agiscono con malizia: entrambi mettono contemporaneamente le auto a caso in due qualunque posizioni (non sovrapposte) entro quei 16 metri. Qual è la probabilità che così facendo non lascino spazio per una terza macchina? Rispondere con le prime quattro cifre dopo la virgola della probabilità (e non tener conto delle difficoltà di manovra per posteggiare le auto...!).

Problema 11 – Scopone Scientifico**45 punti**

Breve descrizione: si gioca con un mazzo di 40 carte (qui immaginiamo francesi o genovesi), 9 carte per giocatore, 4 in tavola. I *segni* sono Cuori, Quadri, Fiori e Picche. Gli unici punti sono le scope e i 4 punti di mazzo (Settebello, Primera, Denari, Carte), si manda a monte se le carte in tavola all'inizio sono 3 o 4 re oppure se la somma dei valori delle quattro carte iniziali in tavola è minore di 11.

Si gioca a coppie (4 giocatori in totale). Il mazziere dà le carte e si gioca in senso antiorario. Si fa “scopa” quando si prendono tutte le carte in tavola in un colpo solo, punto non assegnato se ciò avviene con l'ultima carta/giocata (del mazziere). Le carte assumono valori numerici (non di punteggio) al fine di “prendere” in tavola: 1 (asso), 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (fante), 9 (donna), 10 (re).

In una mano (o “smazzata”) quanti punti al massimo una squadra può realizzare?

Problema 12 – Caso 2020 per l'ispettore di M. Smullyan**45 punti**

In un caso di furto sono coinvolti quattro imputati, A, B, C, D. Vengono accertati i seguenti quattro fatti:

- 1) Se A e B sono entrambi innocenti, allora C è colpevole.
- 2) Se D è colpevole, allora o C fu suo complice oppure A è innocente.
- 3) Se D è innocente, allora B è colpevole.
- 4) Se almeno uno fra A e C è colpevole, allora B è innocente.

Alla luce dei suddetti fatti, calcolare la probabilità $P(B)$ che B sia colpevole.

Si ipotizzi l'equiprobabilità degli eventi elementari che verranno individuati.

Dare come risposta la parte intera di $1000 \times P(B)$

Problema 13 – Treno sotto la pioggia**50 punti**

Carla è seduta nello scompartimento di un treno che viaggia alla velocità di 72 km/h lungo un tratto rettilineo. Guardando fuori dal finestrino vede delle gocce di pioggia, che scendono a velocità costante, con componenti $v_x = 16 \text{ m/s}$ (con verso contrario a quello del treno) e $v_y = 3,0 \text{ m/s}$.

Quanto vale la velocità, in m/s delle gocce di pioggia misurata da un osservatore che si trova a terra?

Problema 14 – Gioco a dadi**50 punti**

Archimede sta giocando a dadi con i suoi amici. Il gioco consiste nel lanciare due dadi identici con lo stesso numero di facce. Si vince solo se escono due facce identiche, cioè riportanti lo stesso numero. Gli amici propongono, per rendere il gioco più accattivante, di aggiungere un terzo dado. Ora, per vincere, bisognerà che su tutti e tre i dadi esca la stessa faccia. Qualcuno però fa notare che con queste nuove regole la probabilità di vincere è molto più bassa che con le vecchie regole. Archimede, dopo aver riflettuto un attimo, mette tutti a tacere dicendo: “Se giochiamo con le regole nuove ma utilizziamo tre dadi che hanno 12 facce in meno di quelli con cui abbiamo giocato finora, allora la probabilità di vincere al nuovo gioco sarà esattamente uguale a quella di prima”. Dato per scontato che Archimede abbia ragione, quante facce avevano i due dadi del gioco iniziale? Si tenga presente che la forma dei dadi non dev’essere necessariamente quella di un poliedro regolare (solido platonico), ma le facce devono essere congruenti fra loro.

Problema 15 – Strada di mattonelle**50 punti**

Cento mattonelle quadrate sono disposte su due file a formare un rettangolo. In quante diverse maniere è possibile costruire un percorso che parta da una qualunque casella, proceda passando ogni volta ad una casella adiacente in verticale o in orizzontale e tocchi una ed una sola volta tutte le caselle? Si tenga conto anche del verso di percorrenza.

Problema 16 – Un cellulare da sbloccare**70 punti**

Antonella deve sbloccare il cellulare di suo fratello. Il metodo di accesso consiste nel toccare 4 punti consecutivi di una griglia 8×8 . Antonella si ricorda che i quattro punti vanno collegati in orizzontale, in verticale o in diagonale, ma non si ricorda né l’ordine né il verso giusto. Quanti tentativi dovrà fare al massimo per sbloccare il telefono?

Problema 17 – Calcolo enigmatico 2020**75 punti**

$$\begin{array}{r}
 ABC \quad - \quad DE \quad = \quad FC \\
 \times \quad \quad \quad : \quad \quad + \\
 G \quad \times \quad C \quad = \quad DE \\
 \hline
 HCE \quad : \quad G \quad = \quad ABC
 \end{array}$$

A lettera uguale corrisponde cifra uguale (e a lettera diversa cifra diversa).

La prima cifra non è mai lo zero (come semplicità comanda).

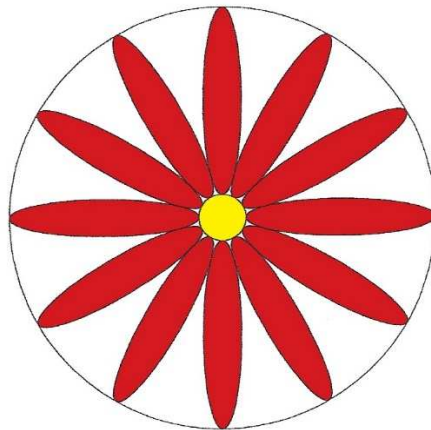
Quale numero corrisponde alla stringa AHGB?

Problema 18 – Parabola rotante**85 punti**

Una parabola, riferita al piano cartesiano yOz , di vertice O e passante per $P(1,1)$, ruota (in senso orario o antiorario) attorno all'asse z di un angolo α . La sua proiezione sul piano yz di partenza passa per $Q(1,2)$. Considerando il riferimento ortonormale calcolare la misura, in gradi sessagesimali, dell'angolo α (valore minimo positivo).

Problema 19 – Margherita**90 punti**

Elisa disegna un fiore: dapprima traccia due circonferenze concentriche di raggi rispettivamente 1 e 9, quindi, cercando di ottenere la massima simmetria possibile, aggiunge 12 ellissi tangenti ad entrambe le circonferenze e anche fra di loro (vedi figura). A che distanza dal centro del fiore si trovano i punti di tangenza tra due petali? Indicare nella soluzione le prime quattro cifre del valore trovato, omettendo la virgola.

**Problema 20 – Stuzzicadenti****90 punti**

In un contenitore cilindrico vi sono tre stuzzicadenti (uguali fra loro). La loro forma è quella di un cilindretto e le loro punte si possono interpretare come due piccoli coni retti (con basi coincidenti con le basi del cilindretto). Essi si sono incollati fra loro e sono tangenti ognuno agli altri due. L'altezza del contenitore e quella degli stuzzicadenti coincidono, pur non creando attriti fra le varie parti. Vi è ovviamente un foro di uscita a forma circolare, il quale è posto al centro della scatoletta. Tralasciando le unità di misura, si sa che il raggio del contenitore è 20, quello di ogni stuzzicadenti è 2 e quello del foro è 3.

Dopo aver agitato il contenitore Pierino si chiede: qual è la probabilità che i tre stuzzicadenti si presentino in posizione (verticale) tale che la loro punta superiore si trovi all'interno (o sul bordo) del foro? Si supponga che la probabilità [infinitesima] che il centro della terna si trovi in qualsiasi posizione (centrale o vicina al bordo del contenitore) sia sempre la stessa.

Dare come risposta il numero formato dalle prime quattro cifre decimali del valore della suddetta probabilità.